

FICHA DE REFUERZO EDUCATIVO

CURSO: 4°

ÁREA: Matemáticas académicas

PROFESORES: María del Carmen de Andrés Fernández

La realización de esta hoja se valorará un 20% de la nota de la recuperación del examen de septiembre.

**TRABAJO VERANO MATEMÁTICAS B
4° E.S.O**

COLEGIO SALESIANO AREVALO

Nombre del alumno:.....

Curso:.....

- Debes **entregar** un **cuaderno** con las tareas realizadas, el día del examen
- No es necesario **copiar** el enunciado.
- Es necesario **resolver** los ejercicios o problemas, **paso a paso**, hasta llegar al resultado final
- Es importante y se valorará la **presentación** y el **orden**

Tema 1: Números reales.

REPASO DE TEORÍA: Un número está escrito en notación científica si tiene la siguiente forma:

$$a , b c d \dots \cdot 10^n$$

La parte entera (a) debe ser mayor que cero y menor o igual que nueve.

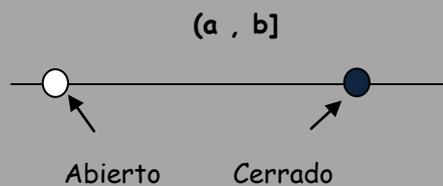
El exponente debe ser un número entero.

1. Efectúa las siguientes operaciones. Expresa el resultado en notación científica redondeando a cuatro cifras significativas:

a)
$$\frac{(4,16 \cdot 10^{-5} + 3,84 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,4 \cdot 10^6)}{5,843 \cdot 10^{-11}}$$

b)
$$\frac{(5,86 \cdot 10^3 - 4,23 \cdot 10^4) \cdot (3,811 \cdot 10^{-2})}{7,456 \cdot 10^6}$$

REPASO DE TEORÍA: Un intervalo es un conjunto de números reales que se corresponde con los puntos de un segmento o una semirrecta en la recta real.



2. Representa en la recta los siguientes intervalos $(-3, 6]$; $[-2, 5)$ y exprésalos utilizando desigualdades.
3. Escribe en forma de intervalo los siguientes conjuntos y represéntalos en la recta:

$$A = \{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x < 7\}; \quad B = \{x \in \mathbb{R} / |x - 2| < 4\} \quad \text{y} \quad C = \{x / -3 \leq x < 2\}$$

Calcula $A \cup B \cup C$, $A \cap B$ y $A \cap C$

REPASO DE TEORÍA: Propiedades de las potencias

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m} \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Además, si $a \neq 0$: $a^0 = 1$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$

4. Aplicando las propiedades de las potencias realiza $\frac{(2^3)^{-3} \cdot (8^2)^{-6}}{8^{-6}}$ y expresa el resultado como potencia de exponente positivo.

5. Sustituye cada signo ? por el número que corresponda:

a) $(-2)^2 \cdot (-2)^? \cdot (-2) = (-2)^8$ b) $7^6 : 7^? = 7^2$

c) $[(-3)^2]^? = (-3)^2$ d) $(5^3)^? = 5^6$

6. Expresa como potencia única: $\frac{2^4 \cdot 4^{-2}}{8^2}$

7. Reduce a una sola potencia y calcula:

a) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 3^{-2}\right]^{-1}$ b) $\frac{8 \cdot 5^3 \cdot (2^3)^{-1}}{5^2 \cdot 5^{-3} \cdot 2^0}$

REPASO DE TEORÍA: Raíces y propiedades

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[kn]{a^{km}} = a^{\frac{km}{kn}} = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$$

8. Indica cuáles de los siguientes números son racionales y cuales irracionales:

1,2; $\frac{-3}{5}$; $0,6$; $\sqrt{5}$; 1,22222.....; $\sqrt{\frac{9}{4}}$; $1 + \sqrt{2}$

9. Simplifica al máximo los radicales siguientes:

a) $\sqrt[12]{64}$ b) $\sqrt[5]{125}$ c) $\sqrt[5]{0,00032}$

d) $\sqrt[8]{16x^4}$ e) $4\sqrt[4]{\frac{9}{16}}$ f) $\sqrt[8]{16x^4y^6}$

10. Ordena los siguientes radicales, reduciéndolos previamente a índice común:

a) $\sqrt[4]{30}, \sqrt{6}, \sqrt[8]{1200}$ b) $\sqrt{5}, \sqrt[5]{50}, \sqrt[10]{3000}$

c) $\sqrt[4]{5}, \sqrt[6]{11}, \sqrt[12]{135}$ d) $\sqrt[3]{6}, \sqrt[5]{19}$

11. Extrae fuera del radical los factores posibles:

a) $\sqrt{300}$

b) $\sqrt[3]{48}$

12. Utilizando las propiedades de los radicales simplifica $2\sqrt[3]{27^2}$

13. Suma los siguientes radicales, extrayendo factores

$\sqrt[3]{200} + 3\sqrt[3]{25}$

14. Introduce los factores en el radical

$2^3 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}$

15. Realiza las siguientes operaciones con radicales:

a) $5\sqrt{2} + \sqrt{2} - 2\sqrt{2}$

b) $3\sqrt{75} + 3\sqrt{12} - 2\sqrt{27}$

16. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica el resultado:

a) $(\sqrt[3]{27a^4})^2$ b) $(\sqrt[3]{x^5})^6$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{8}}}$ d) $\sqrt[4]{\frac{x}{y} \sqrt[3]{\frac{y}{x}}}$

17. Racionaliza los siguientes denominadores:

a) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{10}{\sqrt[3]{128}}$

c) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{3}}$

d) $\frac{3\sqrt{5} - 4}{\sqrt{5} - 2}$

Tema 2: Polinomios. Fracciones algebraicas

18. Halla el cociente y el resto de cada una de las siguientes divisiones:

a) $(4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 2x) : (x^2 - 3x + 1)$

b) $(-2x^4 + 3x^3 + x - 2) : (x^2 + x)$

19. Aplica la regla de Ruffini para hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a) $(4x^5 - 3x^4 + x^3 - 2) : (x - 1)$

b) $(-2x^4 - 3x^3 + x - 2) : (x + 2)$

REPASO DE TEORÍA: Teorema del Resto

El resto de dividir un polinomio $P(x)$ entre el binomio $(x-a)$, coincide con el valor numérico del polinomio $P(x)$ cuando $x=a$. Es decir $P(a)=r$.

Para que un polinomio de coeficientes enteros sea divisible por $x-a$, es necesario que a divida al término independiente.

Decimos que a es una raíz del polinomio $P(x)$ si $P(a)=0$.

20. Calcula el valor numérico del polinomio $P(x) = x^5 - 3x^4 + x^3 - 2x - 1$ para $x=2$ de dos formas distintas

21. Saca factor común y utiliza las identidades notables para descomponer en factores los siguientes polinomios:

a) $2x^4 - 4x^3 + 2x^2$

b) $9x^5 - 4x^3$

22. Descompón en factores los siguientes polinomios:

a) $2x^3 - 5x^2 + 4x - 1$

b) $2x^4 - 9x^3 - 5x^2$

23. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 5x + 6}$

b) $\frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^2 - 2x}$

24. Realiza las siguientes operaciones con fracciones algebraicas, simplificando el resultado lo más posible:

a) $\frac{2x}{x^2 - 6x + 9} - \frac{3}{x - 3}$

b) $\frac{2x + 3}{x^2 - 2x} + \frac{3}{x - 2} - \frac{2}{x}$

25. Calcula y simplifica:

a) $\frac{4x^2}{x^2 - 4} \cdot \frac{x^2 - 4x + 4}{2x}$

b) $\frac{4x}{x^2 - 6x + 9} : \frac{2x}{x - 3}$

Tema 3: Ecuaciones, inecuaciones y sistemas

REPASO DE TEORÍA: Ecuaciones bicuadradas

Son ecuaciones del tipo $ax^4 + bx^2 + c = 0$ $a \neq 0$.

Para resolverlas realizamos el siguiente cambio de variable: $x^2 = y$, de esta forma obtenemos una ecuación de segundo grado $ay^2 + by + c = 0$ que resolveremos y nos dará las soluciones en y .

Seguidamente debemos deshacer el cambio para obtener las soluciones de la ecuación propuesta $x = \pm\sqrt{y}$

26. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

a) $2x^4 - 10x^2 + 8 = 0$

b) $-3x^4 - 3x^2 - 6 = 0$

c) $2x^4 + 2x^2 = 0$

d) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

REPASO DE TEORÍA: Ecuaciones de grado superior a dos

Se resuelven factorizándolas e igualando cada factor a cero.

27. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x^4 - 2x^3 - 26x^2 + 2x + 24 = 0$

b) $-x^3 + 13x - 12 = 0$

c) $(2x^2 + 2x)(4x^2 - 1) = 0$

d) $x^3 + x^2 - 2x = 0$

REPASO DE TEORÍA: Ecuaciones con x en el denominador

Se resuelven reduciendo a común denominador en los dos términos de la ecuación e igualando los denominadores para resolver una ecuación más sencilla.

Es necesario comprobar todas las soluciones ya que pueden aparecer soluciones que no lo sean de la ecuación inicial.

28. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) \frac{x+1}{x-1} + \frac{3x^2-13}{x^2-x} = 3 + \frac{x-3}{x}$$

$$b) \frac{x-3}{x} + \frac{x+3}{x^2} = \frac{2}{3}$$

$$c) \frac{4}{x+2} + \frac{3x}{x-2} + \frac{8-3x^2}{x^2-4} = 0$$

$$d) \frac{15}{x} - 2 = \frac{72-6x}{2x^2}$$

REPASO DE TEORÍA: Ecuaciones con radicales

Se resuelven siguiendo los siguientes pasos:

- Se aísla el radical
- Se elevan al cuadrado los dos miembros (en este paso pueden aparecer soluciones extrañas)
- Si vuelve a aparecer una raíz cuadrada se vuelve al primer paso
- Se resuelve la ecuación resultante
- Se comprueban las soluciones

29. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) x - \sqrt{2x-1} = 1 - x$$

$$b) \sqrt{x^2-4} = \frac{x}{2} - 1$$

$$c) 3\sqrt{3x+4} - x = 5 + x$$

$$d) \sqrt{5x-7} - \sqrt{1-x} = 0$$

30. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

$$a) 10^{x^2-3x-6} = 0,01$$

$$b) 4^{7x-1} = 8000$$

$$c) 3^{x+1} - 7 \cdot 3^{x-2} = 60$$

$$d) 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

31. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

32. Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método que consideres más adecuado:

$$a) \begin{cases} 5x + 3y = -17 \\ x = -6 + 2y \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ 6x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{x+y}{3} - \frac{2(x-y)}{5} = \frac{11}{5} \\ \frac{3x+y}{2} + 2(x-y) = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{2(x+1)}{5} - \frac{3(y-2)}{2} = 0 \\ \frac{x+y}{4} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

33. Resuelve los siguientes sistemas no lineales utilizando el método que consideres más adecuado

$$a) \begin{cases} x \cdot y = 2 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x^2 = y - 18 \\ \sqrt{y} = x + 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 5 \\ xy = 12 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x(x-2) = 0 \\ x^2 + y = 4 \end{cases}$$

34. Resuelve las siguientes inecuaciones de grado 1 y 2.

$$a) \frac{3x-2}{2} \leq \frac{2x-7}{3}$$

$$b) x + 51 < 15x + 9$$

$$c) \frac{5x-2}{3} \geq \frac{x-5}{-4}$$

$$d) -x + 1 > 2x + 7$$

$$e) \frac{x-5}{x} > 0$$

$$f) x^2 + 4x - 21 < 0$$

35. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones.

$$a) \begin{cases} 3x + 1 > x + 9 \\ x + 5 < 2 - 3x \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x-15}{2} \leq 5 - 2x \\ 2 - x < \frac{1-x}{2} \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - 5 > 0 \\ -x + 1 < 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ 2x \leq 10 \end{cases}$$

36- Representa la región del plano que verifica el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x - y \geq 3 \\ x + y \leq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y \geq 5 \\ x + y < 1 \end{cases}$$

a)

b)

37- Una empresa de mantenimiento de ascensores cobra 100 Euros al trimestre más 15 Euros por visita. Otra empresa del sector cobra 400 Euros fijos al trimestre y no cobra las visitas. ¿En que condiciones conviene elegir una u otra empresa?

38- Representa la región del plano que verifica el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + y \geq -1 \\ -x + y \geq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y > 0 \\ -2x + y > 1 \end{cases}$$

a)

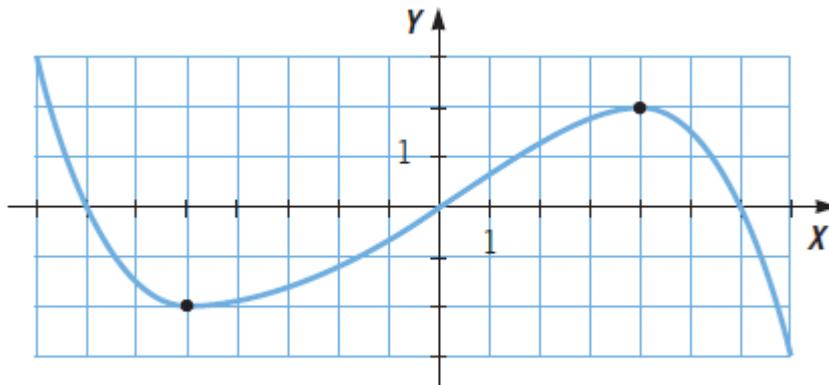
b)

39- Representa la región del plano que verifica el siguiente sistema de inecuaciones:

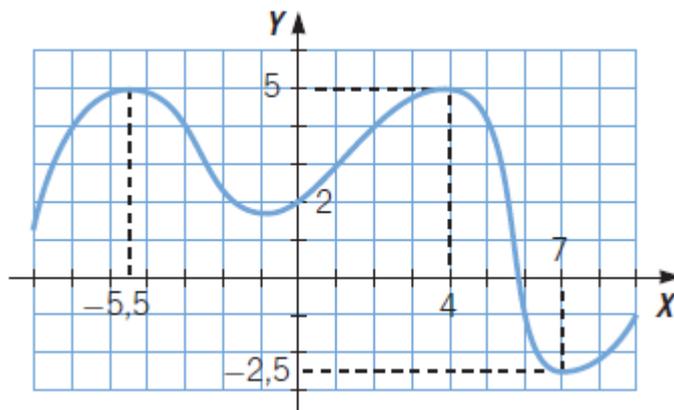
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x - y \leq 5 \end{cases}$$

Tema 4: Funciones. Características

36. Estudia las características de la siguiente función:



37. Estudia las características de la siguiente función:



38. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

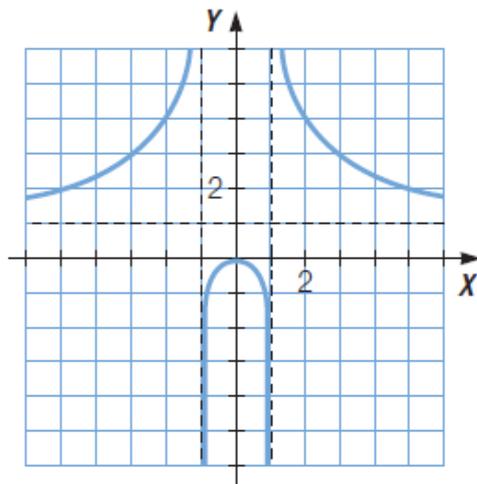
a) $f(x) = x^5 - 6x^3 + 4x - 2$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x^3-1}$

c) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$

d) $f(x) = \sqrt{x-3}$

39. Estudia las características de las siguiente función:



Tema 5: Funciones elementales

40. Representa las siguientes funciones cuadráticas

a) $y = x^2$

b) $y = -x^2$

c) $y = x^2 + x$

d) $y = x^2 - x$

e) $y = x^2 + x + 1$

f) $y = x^2 - x - 1$

41. Representa la siguiente función definida a trozos. Estudia la continuidad

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2 - 2x & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ -4 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

42. Representa la siguiente función definida a trozos. Estudia la continuidad

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x > 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ -x + 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Explica las características de las funciones:

43. Representa la función $y = \frac{6}{x}$

44. Representa la función $y = \frac{1}{3x}$

45. Representa la función $y = \frac{-1}{3x}$

46. Representa las siguientes funciones:

$$\text{a) } y = \frac{1}{x + 3} \qquad \text{b) } y = \frac{1}{x - 1}$$

47. Representa las siguientes hipérbolas:

$$\text{a) } y = \frac{1}{x + 2} \qquad \text{c) } y = \frac{1}{x + 2} + 2$$

$$\text{b) } y = \frac{1}{x} + 2 \qquad \text{d) } y = \frac{-1}{x + 2} + 2$$

48. Representa las funciones exponenciales siguientes:

$$\text{a) } y = 3^x \qquad \text{b) } y = \left(\frac{1}{3}\right)^x \qquad \text{c) } y = \left(\frac{2}{5}\right)^x \qquad \text{d) } y = (0,2)^x$$

49. Representa las siguientes funciones, dibujando previamente la función $y = 4^x$

$$\text{a) } y = 4^{x-3} \qquad \text{b) } y = 4^{x+1} \qquad \text{c) } y = 4^x + 1 \qquad \text{d) } y = 4^x - 1$$

50. Representa la función $y = \log_4 x$

51. Dibuja en unos mismos ejes las gráficas de las funciones

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x \quad g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \text{ y comprueba que son simétricas respecto}$$

de la bisectriz del primer y tercer cuadrante.

Tema 7: Trigonometría

52. Sabiendo que $\cos a = 0,6$ y que a es un ángulo del cuarto cuadrante, calcula las restantes razones trigonométricas.

53. Sabiendo que $\sin a = 3/5$ y que a es un ángulo del segundo cuadrante, calcula las restantes razones trigonométricas.

54. Sabiendo que $\operatorname{tg} a = 5$ y que a es un ángulo del tercer cuadrante, calcula las restantes razones trigonométricas.

55. Calcula el área de un triángulo isósceles cuyos ángulos iguales miden 35° y cuyos lados iguales miden 20 m.

56. Desde el lugar donde me encuentro, la visual de la veleta de una torre forma un ángulo de 52° con la horizontal. Si me alejo 25 m, el ángulo es de 34° . ¿Cuál es la altura de la torre?

57. Calcula la medida de un ángulo α tal que $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ y $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

58. ¿Qué ángulo del primer cuadrante tiene el mismo seno que 240° ?

59. ¿Qué ángulo del cuarto cuadrante tiene el mismo coseno que 120° ?

60. Sabiendo que la $\operatorname{tag} \alpha = \frac{3}{4}$ y que α está en el primer cuadrante, halla

las razones trigonométricas, y calcula:

a) $\cos(90^\circ - \alpha)$

b) $\sin(180^\circ + \alpha)$

c) $\operatorname{tag}(-\alpha)$

61. Se ha clavado una antena en el suelo. Para que permanezca vertical y bien sujeta se le han colocado dos anclajes en el suelo a ambos lados alineados con su base. La distancia entre los anclajes es de 40 metros, y si se observa la parte más alta de la antena desde cada uno

de ellos, los ángulos de elevación son de 30° y 60° respectivamente.
Calcula la altura de la antena

Tema 8: Geometría analítica

62. Halla las coordenadas del punto medio del segmento AB de coordenadas $A(3, 1)$ y $B(-5, 3)$
63. Halla las coordenadas del punto simétrico de $A(-2, 4)$ respecto de $P(0, 3)$
64. Comprueba si los puntos $(5, 2)$, $(-1, 1)$, $(-7, 0)$ están alineados
65. Averigua el valor de k para que los puntos $(-2, 5)$, $(3, 7)$, $(13, k)$ están alineados
66. Escribe la ecuación de la recta paralela a la recta $r: x - 2y - 5 = 0$ y que pase por el punto $P(4, -1)$
67. Dado el triángulo de vértices $A(-5, 2)$, $B(2, 6)$ y $C(3, -1)$, calcula:
 - a) Ecuación del lado AC.
 - b) Ecuación de la recta que pasa por B y es perpendicular al lado AC.
 - c) Ecuación de la recta que pasa por C y por el punto medio del lado AB.
68. Escribe la ecuación de la recta paralela a la recta $r: x - 2y - 5 = 0$ y que pase por el punto $P(4, -1)$
69. Escribe la ecuación de la recta paralela al eje X y que pase por el punto $P(-1, 3)$
70. Escribe la ecuación de la recta paralela al eje Y y que pase por el punto $P(3, 0)$
71. Escribe la ecuación de la recta perpendicular al eje X y que pase por el punto $P(5, 1)$
72. Escribe la ecuación de la recta perpendicular al eje Y y que pase por el punto $P(-1, 1)$
73. Calcula la distancia entre los puntos $A(-3, 4)$ y $B(4, -2)$
74. Comprueba que el triángulo de vértices $A(-1, -4)$, $B(1, -1)$ y $C(4, -3)$ es isósceles y rectángulo

Tema 9: Estadística UNIDIMENSIONAL

Dada la siguiente tabla estadística, calcula la media, varianza, desviación típica y coeficiente de variación.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	1	3	0	6	4	11	2	8	7	5	3

75. Dada la siguiente tabla estadística, calcula la media, varianza, desviación típica y coeficiente de variación.

intervalo	50,5-54,5	54,5-58,5	58,5-62,5	62,5-66,5	66,5-70,5	70,5-74,5	74,5-78,5	78,5-82,5
f_i	2	2	4	7	8	6	6	5

76. Los resultados obtenidos por 100 estudiantes en un test son los siguientes:

x_i	0	1	2	3	4
f_i	4	19	25	29	23

Halla la media, mediana y moda de los resultados.

77- Determina la media de las variaciones X e Y, y representa la nube de puntos de la siguiente distribución e indica el grado de dependencia.

(0,3), (0,3), (0,3), (4,1), (4,1), (4,1), (4,1), (6,1), (2,3), (2,3), (2,3), (4,3), (4,3), (4,3), (8,3), (0,5), (0,5), (0,5), (0,5), (0,5), (0,5), (2,5), (2,5), (6,5), (6,5), (6,5), (6,5), (8,5), (0,7), (0,7), (0,7), (0,7), (0,7), (0,7), (4,7), (4,7), (4,7), (4,7), (4,7), (8,7), (8,7), (0,9), (0,9), (0,9), (0,9), (4,9), (4,9), (4,9), (4,9), (8,9)

78- Dada la variable bidimensional:

X	1	2	3	4	3	7	6	3	4	5
Y	45	30	30	25	25	10	20	15	10	15

Calcula el coeficiente de correlación lineal

Calcula la recta de regresión

Si el valor de la variable X es 15 ¿Cuál es el valor estimado de la variable Y?

Si el valor de la variable Y es 13, ¿Cuál es el valor estimado de la variable X?

